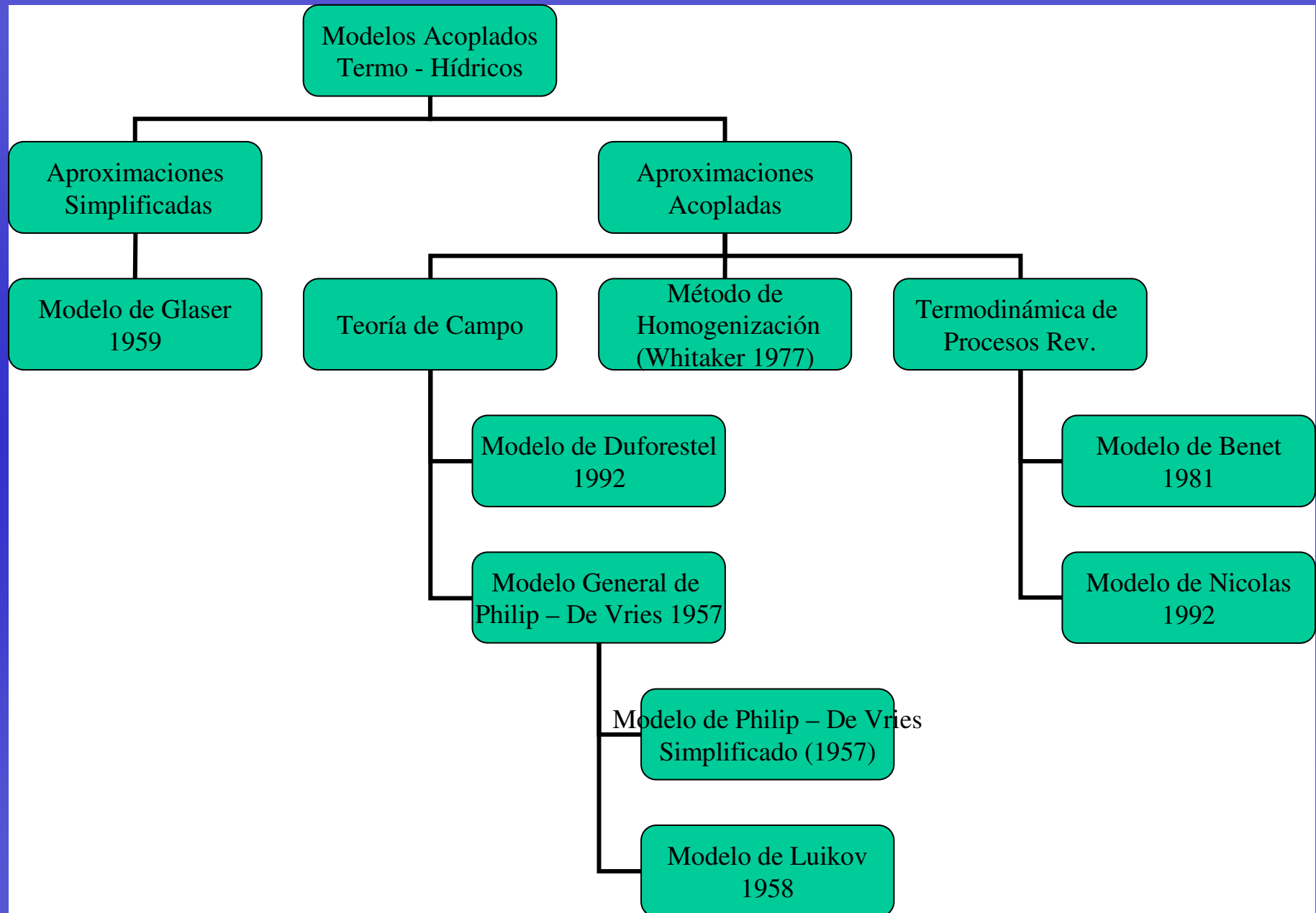


AVANCES EN :

PROBLEMAS ACOPLADOS DE CALOR
Y MASA EN CUERPOS POROSOS CAPILARES;
ASPECTOS ANALITICOS Y DE ESTIMACION
DE PARAMETROS

EVOLUCION DE CONTRIBUCIONES EN EL TIEMPO



ALCANCES DE TRABAJOS :

- **MODELOS PROPUESTOS**

1942 Krischer, O. Der Wärme-und Stoffaustausch im Trocknungsgut

1957 Philip J. R. and De Vries Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients. Trans Amer. Geophys. Union

1966 Luikov, A. V. Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies

1965 Luikov, A. V. and Mikhailov, A. Y. Theory of Energy and Mass Transfer

1975 Luikov, A. V. Systems of Differential Equations of Heat and Mass Transfer In Capillary Porous Bodies (Review) Int. J. Heat Mass Transfer

- **REVISION DE CONCEPTOS FISICOS DE LOS MODELOS Y ANALISIS CUALITATIVO**

1969 – 1977 Fuldorf , Rossen and Hayakawa..... Parametric Analysis

1986 – 1987 Hartley J. G. Coupled Heat and Moisture Transfer in Soils: A review

ALCANCES DE TRABAJOS :

- SOLUCIONES DEL PROBLEMA DIRECTO DE CALOR Y MASA.
(Transformaciones Integrales – Sistemas Lineales)

1969 Mikhailov, M. D. Etude Theorique de la Propagation de la Chaleur e de l'Humidité.

1984 Mikhailov, M. D. and Özisik, M. N. Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion

1986 Eckert, E. R. G.; Faghri, M. A Parametric Analysis of Moisture Migration in an Unsaturated Porous Slab Caused by Convective Heat and Mass Transfer

1987 Lobo, P. D. Mikhailov, M. D. and Özisik, M. N. On the complex Eigenvalues of the Luikov System of Equations.

1999 Guigon S. M. S., Dantas L. B., Scofano Neto F., Cotta R. M.;
Exact solution of Luikov's equations for drying in capillary porous media.

1991 Liu, J. Y. and Cheng, S. Solutions of Luikov Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies.

1993 Ribeiro J. W., Cotta R. M., Mikhailov M. D.; Integral transform solution of Luikov's equations for heat and mass transfer in capillary porous media.

ALCANCES DE TRABAJOS :

- SOLUCIONES DEL PROBLEMA DIRECTO DE CALOR Y MASA.
(Sistemas No Lineales – Métodos Numéricos)

1983 Mojsovski Mathematical Models of Heat Mass Transfer in Capillary Porous Bodies.

1991 Bories S. A. Review of Some Theoretical, Numerical and experimental studies on simultaneous heat and mass transfer.

Boundary Layer :

1980 Özisik, M. N. Heat Conduction

1967 – 1976 – 1980 Kumar, I. J. and Narang, H. N. A boundary Layer Method in Porous Body Heat and Mass Transfer

Elementos Finitos :

1971 Kumar, I. J. An Extended Variational Formulation on Non – Linear Heat And Mass Transfer in a Porous Media.

1976 Comini, G. and Lewis, R. W. A Numerical Solution of Two Dimensional Problems Involving Heat and Mass Transfer.

1979 Gaudu, R. and Bacon, G. Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer In Unsaturated Porous Media

ALCANCES DE TRABAJOS :

- SOLUCIONES DEL PROBLEMA DIRECTO DE CALOR Y MASA.
(Sistemas No Lineales – Métodos Numéricos)

Diferencias Finitas:

- 1971 Bonacina, C. and Comini G. Computer Calculation of Mass and Heat Transfer Phenomena.
- 1988 Lobo, P. D. On The Solution of a Nonlinear Combined Heat and Mass Transfer Problem.
- 1995 Lobo, P. D , Boles, M. A, and Özisik, M. N. The Effects of Geometry for Multi Region Heat and Mass Transfer Governed by the Nonlinear Luikov System.
- 1997 Lobo, P. D , On Comparaning Finite Difference Schemes Applied to a Nonlinear Multi – Region Non – Linear Heat and Mass Transfer Problem.

Volumenes Finitos:

- 1990 Prata, A. T., Damasceno, L. Evaluation of a Parametric model for Heat and Mass Transfer in Unsaturated Porous Media
- 1995 Freitas, D. S., Prata, A. T. Desempenho Térmico de Cabos de Potência Subterrâneos, Incluindo Migração de Umidade no Solo e Efeitos Transientes
- 1997 – 2006 Natán M, Combined Heat and Mass Transfer in Building

ALCANCES DE TRABAJOS :

- **TECNICAS DE TRANSFORMADAS INTEGRALES GENERALIZADA**

1993 Ribeiro J. W., Cotta R. M., Mikhailov M. D.; Integral transform solution of Luikov's equations for heat and mass transfer in capillary porous media.

1995 Ribeiro J. W., Cotta R. M.; On the solution of nonlinear drying problems in capillary porous media through integral transformation of Luikov's equations,

1995 Duarte, J. B. ; Ribeiro, J. W. and Cotta, R. M. An Integral Transform Solution of Two Dimensional Drying of Moist Moisture Porous Media.

1997 Cotta, R. M. and Mikhailov, M. D. Heat Conduction – Lumped Analysis Integral Transforms, Symbolic Computation.

- **FORMALISMO DE CUADRIPOLOS TERMICOS**

2004 Fudym, O., Batsale, J. C. and Santander R. Analytical Solution of Coupled Diffusion Equations in Semi Infinite Media.

ALCANCES DE TRABAJOS :

- METODOS INVERSOS APLICADOS A DIFUSION DE CALOR Y MASA

- 2001 Dantas I. B., Orlande H. R. B., Cotta R. M.; Estimation of dimensionless parameters of Luikov's system for heat and mass transfer in capillary porous media.
- 2001 Dantas I. B., Orlande H. R. B., Cotta R. M., Lobo P.D.C.; Parameter estimation in moist capillary porous media by using temperature measurements.
- 2003 Dantas I. B., Orlande H. R. B., Cotta R. M.; An inverse problem of parameter estimation for heat and mass transfer in capillary porous media.
- 2004 Saker, L. F.; Orlande, H. R. B., et al. Simultaneous Estimation of the Spacewise and Timewise Variations of Mass and Heat Transfer Coefficients in Drying.
- 2005 Orlande, H. R. B.; Dantas, L. B.; Saker L. F. Estimation in Coupled Heat and Mass Transfer Problems.

Philip and De Vries

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \left\{ \underbrace{\left[\frac{\rho_l K_{sat} K}{\mu_1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta_l} \right)_T + \frac{D_{va} R_g}{\rho_l R_a} \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} \right]}_{D_\theta} \nabla \theta_l + \underbrace{\left[\frac{\rho_l K_{sat} K}{\mu_1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_\theta + \frac{D_{va} R_g}{\rho_l R_a} \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} + \frac{\rho_v}{T} \right) \right]}_{D_T} \nabla T + Kg \right\}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \{ D_\theta \nabla \theta + D_T \nabla T \}$$

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \{ (k + \rho_l h_{lv} D_{Tv}) \nabla T + (\rho_l h_{lv} D_{\theta v}) \nabla \theta \}$$

LUIKOV

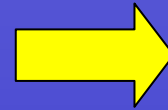
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla [a_m \nabla u + a_m * \delta * \nabla T]$$

$$\rho_o C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla [k \nabla T] + r \varepsilon \rho_o \frac{\partial u}{\partial t}$$

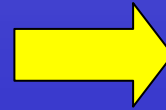
Método Directo

CONOCIDO

Initial and Boundary conditions
with
 $D_\theta(T, \theta)$ and $D_T(T, \theta)$
 $k(T, \theta)$

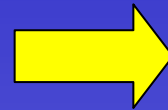


SE OBTIENE



$T(x, y, z, t)$ and $\theta(x, y, z, t)$

Initial and Boundary conditions
with
 $a_m(T, u)$ and $\delta(T, \theta)$, ε
 $k(T, \theta)$

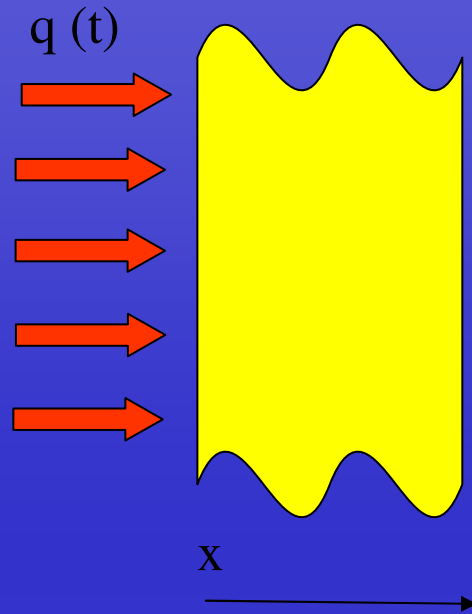


$T(x, y, z, t)$ and $u(x, y, z, t)$

PROBLEMAS CLASICOS

1. Cuidados extremos se deben tener a nivel experimental, cuando se caracterizan el medio poroso por medio de las difusividades.
2. Dificultades no menores existen en la medición de la humedad a nivel local, esto, cuando se realizan ensayos a nivel de campo de larga data.
3. Como la caracterización térmica del medio (conductividad térmica) debe ser función de la temperatura y del contenido de humedad, experimentalmente, requiere de ensayos rápidos que inhiban la contribución del vapor durante su determinación.
5. Existe inseguridad de predecir el transporte de humedad con estos modelos dentro de un rango de baja humedad.
6. Ambos modelos presentan dificultades para predecir el comportamiento de calor y masa en medios multicapas, específicamente en paredes de edificación. (problemas con interfases).
7. Es posible avanzar en remediación de suelos con estos modelos ???.

SOLUCIONES ANALITICAS PARA MEDIOS SEMI INFINITO USO DE CUADRIPOLOS



$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \left\{ D_{\theta} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right\}$$

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \left\{ (k + \rho_l h_{lv} D_{Tv}) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right\}$$

La masa de vapor pequeña comparada con la de líquido

The initial and boundary conditions in consideration are given by

$$t = 0 \quad T(x, 0) = T_i \quad \theta(x, 0) = \theta_i$$

$$x = x_l \quad \text{known } T(x_l, t) \text{ or } q(x_l, t) \text{ and } \theta(x_l, t) \text{ or } j(x_l, t)$$

$$x \rightarrow \infty \quad \text{finite temperature and moisture content}$$

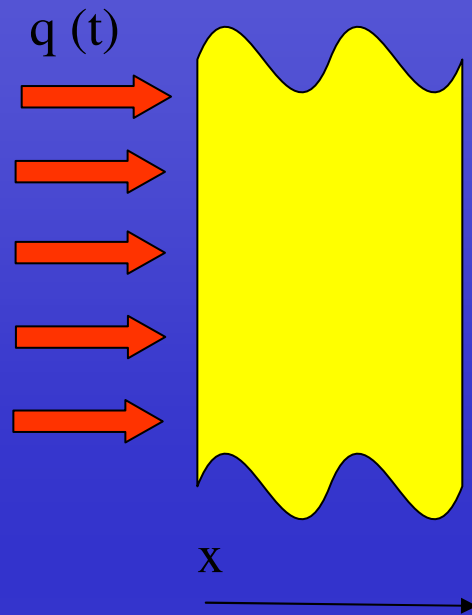
CUADRIPOLOS :

- Permite desarrollar soluciones analíticas o semi-analíticas
- Método eficiente para difusión lineal con multicapas.
- La temperatura y el flujo se calculan solamente sobre las condiciones de borde.
- Muy adaptado a la implementación de estudios asintóticos.
- Permite definir de forma precisa el conjunto de parámetros pertinentes para la correcta descripción del experimento.

$$\begin{bmatrix} \theta_e \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \phi_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{T} \end{bmatrix} - \frac{l}{x^p} \begin{bmatrix} D_\theta & D_T \\ 0 & a^* \end{bmatrix} \frac{d}{dx} \left(x^p \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{T} \end{bmatrix} \right) = 0 \quad a^* = \frac{k^*}{C}$$

Flujo de Calor Variable :



$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_0 \\ \bar{T}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{P} \frac{1}{\sqrt{\mathbf{D}}} (\mathbf{KP})^{-1} \begin{bmatrix} \bar{j}_0 \\ \bar{q}_0 \end{bmatrix}$$

Solución general

$$\bar{\theta}_0 = -\frac{\delta \sqrt{Lu}}{1 + \sqrt{Lu}} \frac{1}{bs^{1/2}} \bar{q}_0$$

$$\bar{T}_0 = \frac{1}{bs^{1/2}} \bar{q}_0$$

$$b = \sqrt{k^* C} \quad \text{efusividad aparente}$$

$$Lu = \frac{D_\theta}{a^*}$$

$$\delta = \frac{D_T}{D_\theta}$$

- La temperatura responde solamente a la efusividad
- La humedad contiene la información acoplada de calor y transporte de masa

La solución muestra que :

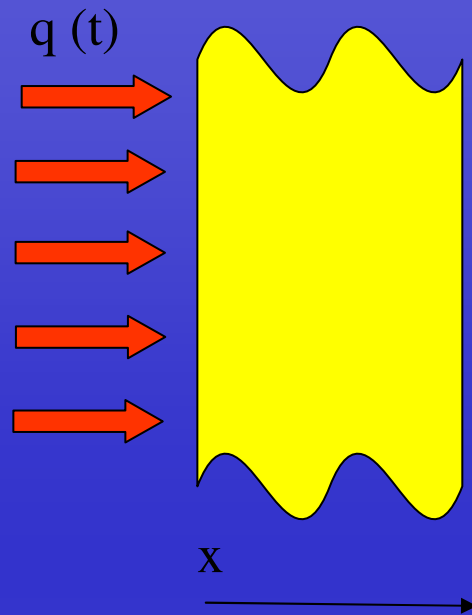
$$\bar{\theta}_0 = \frac{\delta \sqrt{Lu}}{1 + \sqrt{Lu}} \bar{T}_0$$

- Para un medio dado donde los parámetros de transporte son conocidos, para el dominio válido del modelo paramétrico la temperatura y humedad están correlacionados por la expresión anterior



ES POSIBLE DETERMINAR LA HUMEDAD SOLO CON LA MEDICION
DE LA TEMPERATURA (PRUEBAS DE CAMPO – CALIBRACIÓN DE SENSORES)

Flujo de calor constante:



$$\bar{\theta}_0 = \frac{\delta \sqrt{Lu}}{1 + \sqrt{Lu}} \frac{2q}{b \sqrt{\pi}} \sqrt{t}$$

$$T_0 = \frac{2q}{b \sqrt{\pi}} \sqrt{t}$$

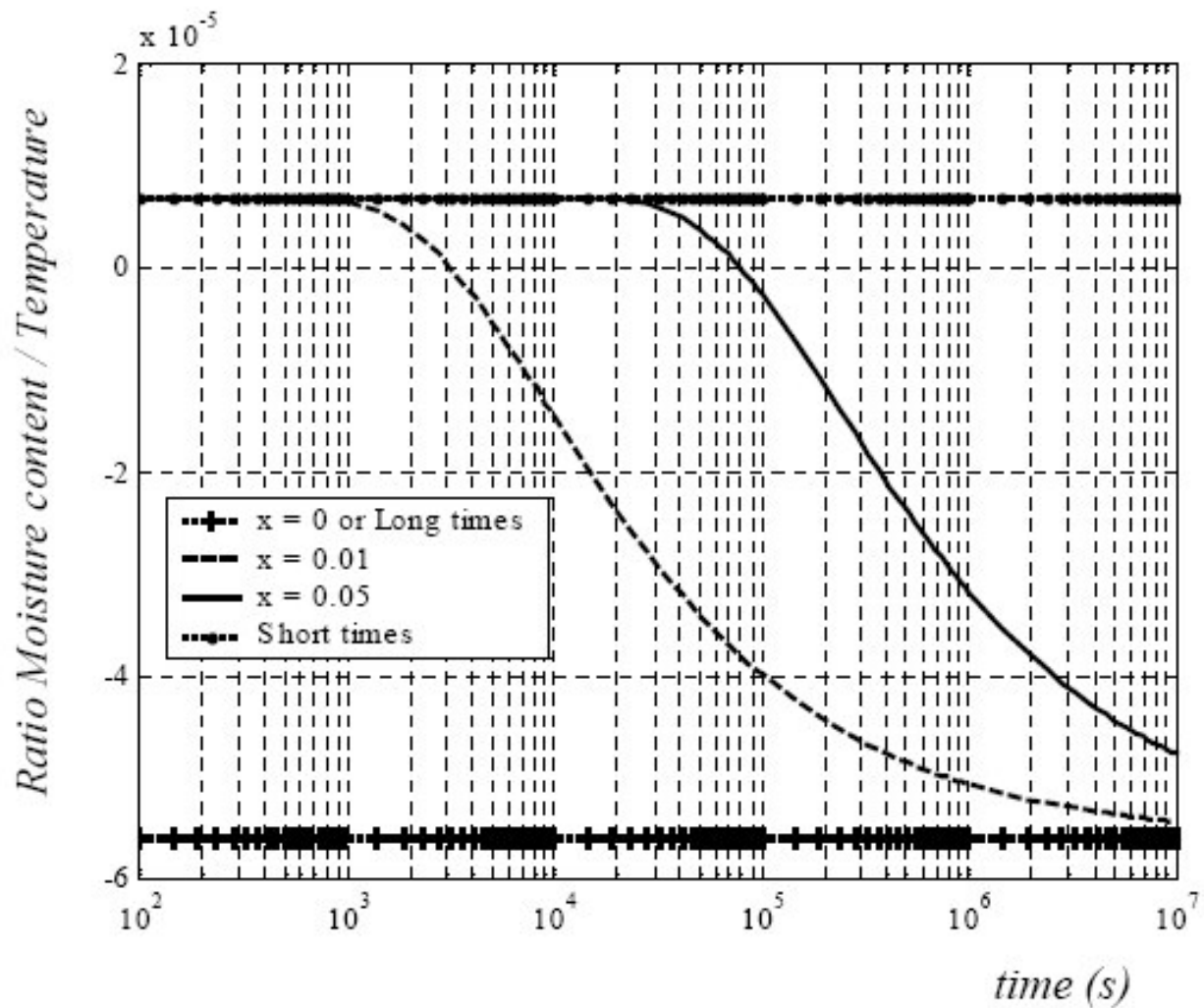
Para la humedad temperatura localizada en el interior del medio:

$$\bar{\theta}_x = \frac{\delta Lu}{1 - Lu} \left(\exp(-K_a x) - \frac{1}{\sqrt{Lu}} \exp(-K_\theta x) \right) \frac{1}{bs^{1/2}} \bar{q}_0$$

$$\bar{T}_x = \frac{\exp(-K_a x)}{bs^{1/2}} \bar{q}_0$$

where $K_a = \sqrt{\frac{s}{a^*}}$ and $K_\theta = \sqrt{\frac{s}{D_\theta}}$.

SOLUCIONES EN FUNCION DEL TIEMPO (RAZON HUMEDAD TEMP)



SOLUCIONES ASINTOTICAS PARA TIEMPOS CORTOS Y LARGOS

- Asymptotic expansion for short times ($t \ll x^2 / a^*$)

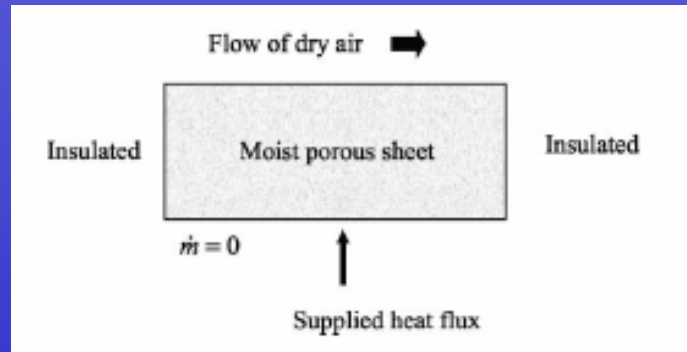
$$h_{\theta T, st} = \frac{\delta Lu}{1 - Lu}$$

The latter expression is not valid when x tend to zero.

- Asymptotic expansion for long times ($t \gg x^2 / D_\theta$)

$$h_{\theta T, lt} = -\frac{\delta \sqrt{Lu}}{1 + \sqrt{Lu}}$$

ESTIMACION DE PARAMETROS – METODOS INVERSOS



$$\frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta(X, \tau)}{\partial X^2} - \varepsilon K_o \frac{\partial \phi(X, \tau)}{\partial \tau}$$

$$\text{in } 0 < X < 1, \quad \text{for } \tau > 0$$

$$\frac{\partial \phi(X, \tau)}{\partial \tau} = L_u \frac{\partial^2 \phi(X, \tau)}{\partial X^2} - L_u Pn \frac{\partial^2 \theta(X, \tau)}{\partial X^2}$$

$$\text{in } 0 < X < 1, \quad \text{for } \tau > 0$$

$$\theta(X, 0) = 0, \quad \phi(X, 0) = 0, \quad \text{for } \tau = 0, \\ \text{in } 0 < X < 1$$

$$\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = -Q, \quad \frac{\partial \phi(0, \tau)}{\partial X} - Pn \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = 0, \\ \text{at } X = 0, \quad \text{for } \tau > 0$$

$$\frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} + Bi_q \theta(1, \tau) = Bi_q - (1 - \varepsilon) K_o L_u Bi_m [1 - \phi(1, \tau)], \\ \text{at } X = 1, \quad \text{for } \tau > 0$$

$$\frac{\partial \phi(1, \tau)}{\partial X} + Bi_m^* \phi(1, \tau) = Bi_m^* - Pn Bi_q [\theta(1, \tau) - 1], \\ \text{at } X = 1, \quad \text{for } \tau > 0$$

Parámetros adimensionales

$$\theta(X, \tau) = \frac{T(x, t) - T_0}{T_s - T_0}, \quad \phi(X, \tau) = \frac{u_0 - u(x, t)}{u_0 - u^*},$$

$$Q = \frac{q l}{k(T_s - T_0)}, \quad \tau = \frac{a t}{l^2}$$

$$L_u = \frac{a_m}{a}, \quad Pn = \delta \frac{T_s - T_0}{u_0 - u^*}, \quad Bi_q = \frac{h l}{k},$$

$$Bi_m = \frac{h_m l}{k_m}, \quad K_o = \frac{r(u_0 - u^*)}{c(T_s - T_0)}, \quad X = \frac{x}{l}$$

$$Bi_m^* = Bi_m [1 - (1 - \varepsilon) Pn K_o L_u]$$

Materiales Estudiados :

Table 1
Test-cases examined

Physical variables	Wood			Ceramics
	Test-case 1	Test-case 2	Test-case 3	Test-case 4
l (m)	0.05	0.05	0.05	0.05
ρ_0 (kg/m ³)	370	370	370	2000
h_q (W/m ² K)	22.5	1.6	22.5	17
h_m (kg/m ² s °M)	2.5×10^{-6}	6.0×10^{-8}	2.5×10^{-6}	1.6×10^{-5}
k_q (W/mK)	0.65	0.65	0.65	0.34
k_m (kg/m s °M)	2.2×10^{-8}	2.2×10^{-8}	2.2×10^{-8}	2.4×10^{-7}
δ (°M/K)	2.0	2.0	2.0	0.56
c_q (J/kg K)	2500	2500	2500	607
c_m (kg/kg °M)	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	1.8×10^{-3}
λ (J/kg)	2.5×10^6	2.5×10^6	2.5×10^6	2.5×10^6
T_0 (°C)	24	24	24	24
T_s (°C)	26	26	36	30
u_0 (°M)	86	86	86	80
u^* (°M)	8	8	8	40
Bi_q	1.7	0.1	1.7	2.5
Bi_m	5.7	0.1	5.7	2.5
Lu	0.008	0.008	0.008	0.2
Pn	0.05	0.05	0.3	0.084
Ko	390	390	65	49
ε	0.2	0.2	0.2	0.2

POTENCIALIDAD DE METODO INVERSO Y TRABAJO :

- Se desconoce : Luikov, Posnov, Kossovitch, ε , Bi_q y Bi_m
- Se conoce medidas de Temperatura (x,t) y humedad (x,t).
contienen errores randómicos los cuales son aditivos, no correlacionados, con distribución normal, media = 0 y desvío padrón constante y conocido.



Es posible estimar simultáneamente Bi_q y Bi_m .
Es posible sensibilizar tales parámetros

Minimización de :

$$S[Bi_m(X, \tau), Bi_q(X, \tau)] = \int_{\tau=0}^{\tau_f} \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} [\theta(X_i, Y_i, \tau; Bi_m, Bi_q) - Y_i(X_i, Y_i, \tau)]^2 w \right\} d\tau +$$

$$\int_{\tau=0}^{\tau_f} \left\{ \sum_{j=1}^{N_2} [\phi(X_j, Y_j, \tau; Bi_m, Bi_q) - Y'_j(X_j, Y_j, \tau)]^2 w' \right\} d\tau + \int_{\tau=0}^{\tau_f} \{ [P(\tau; Bi_m, Bi_q) - Y''(\tau)]^2 w'' \} d\tau$$

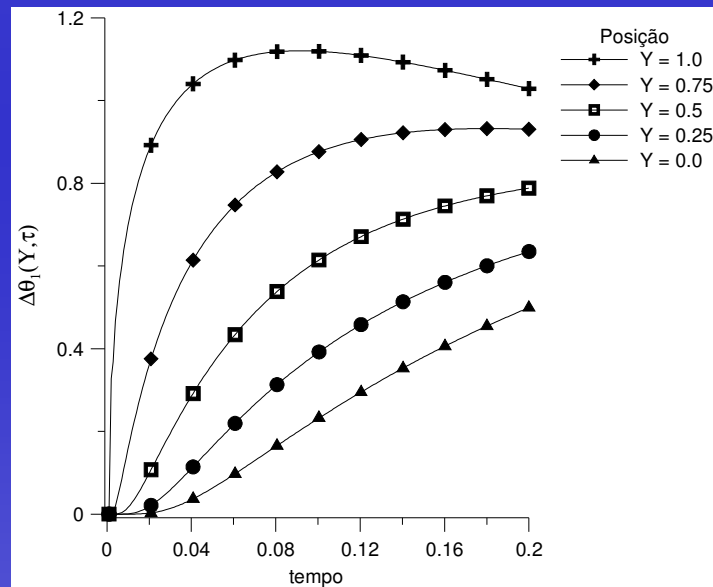


Figura 5.3.3 – Sensibilidade da temperatura em diversas posições para perturbação em Bi_m

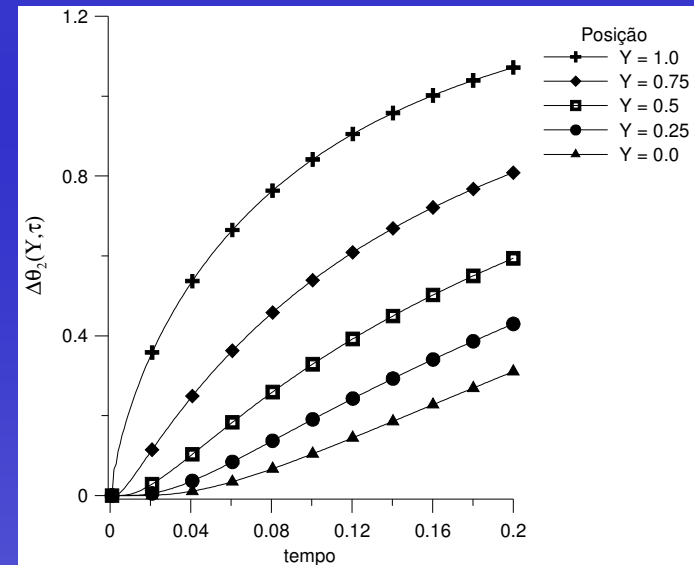
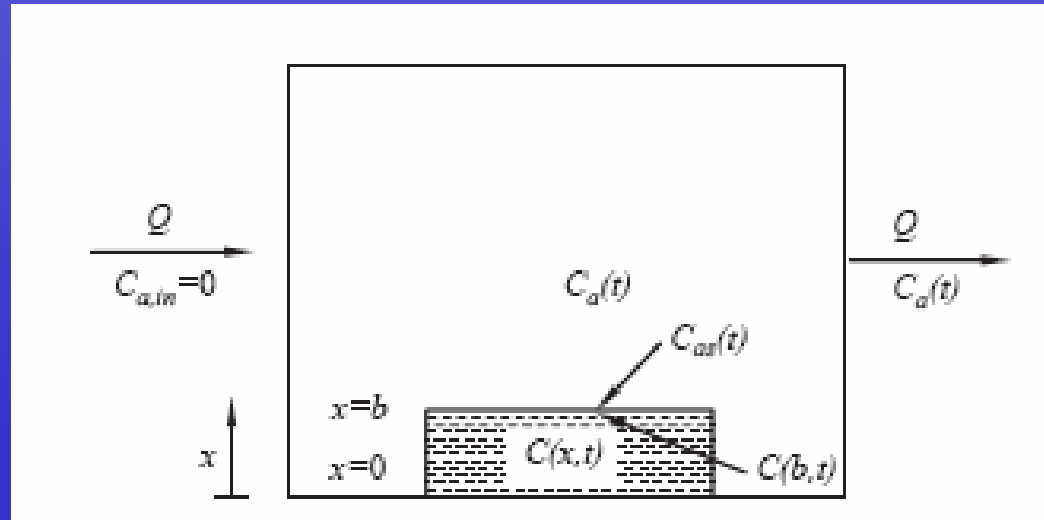


Figura 5.3.4 – Sensibilidade da temperatura em diversas posições para perturbação em Bi_q

Determinación de Compuestos Orgánicos Volátiles en Materiales de Edificación



$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x, t)}{\partial x^2}.$$

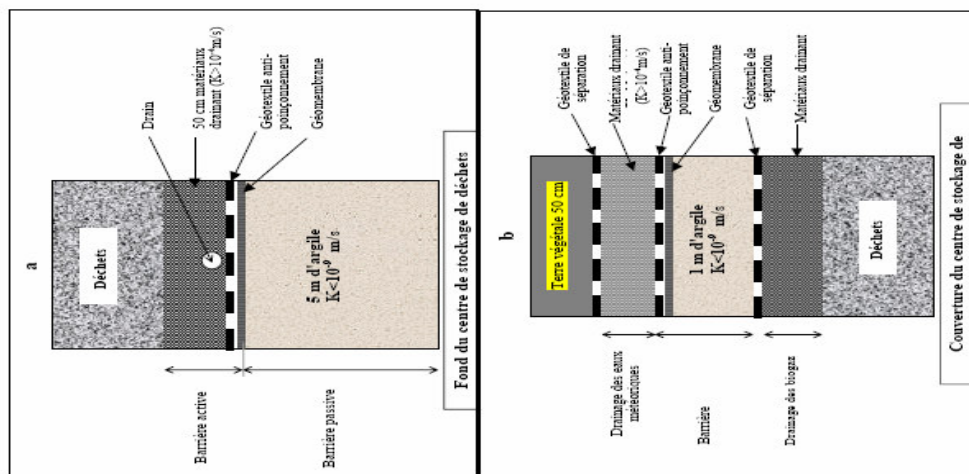


Fig.1.3 : Coupe verticale du fond et de la couverture d'un centre de stockage de déchets de classe I

Lorsque le flux q et la teneur en eau volumique θ prennent des valeurs constantes, l'équation (III.22) devient :

$$\frac{\partial(C)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - n \frac{\partial C}{\partial x} \quad \text{III.23}$$

Cette description des phénomènes dispersifs sur la base de deux seules composantes (dispersion et convection) repose sur deux hypothèses :

- il n'existe pas d'effets de sorption qui peuvent fixer ou libérer des ions par suite d'échanges avec la matrice poreuse.
- toute l'eau du sol se déplace. Le modèle ne tient donc pas compte de l'existence d'une phase d'eau immobile susceptible d'influencer la migration du soluté.

III.3.2. Equation du transfert avec échange latéral

En milieu non saturé on constate que les courbes qui représentent les variations temporelles de concentration à la sortie de la colonne sont affectées de traînes qui ne sont pas reproduites par l'équation de dispersion-convection. En outre certaines de ces courbes sont en avance ou en retard par rapport aux prévisions de la modélisation. Ces divergences entre les résultats fournis par le modèle de dispersion-convection et les résultats expérimentaux nous paraissent essentiellement dues à deux facteurs :

- la non prise en compte par le modèle de l'existence d'une phase d'eau immobile qui réagit avec la phase en mouvement sous la forme d'échanges diffusifs
- l'hypothèse d'absence d'effets de sorption.

En modifiant l'équation (III.22) pour tenir compte de la présence de deux phases d'eau dans le sol (une phase mobile et une phase immobile), on obtient le modèle avec *échange latéral*, qui s'écrit (Coats et Smith, 1964) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_m \theta_m) + \frac{\partial}{\partial t} (C_{im} \theta_{im}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_m \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{im} \theta_{im} \frac{\partial C_{im}}{\partial x} \right) - \frac{\partial (q C_m)}{\partial x} \quad \text{III.24}$$

Les indices (m) et (im) se rapportent respectivement aux phases d'eau mobile et immobile.

En négligeant les effets de dispersion longitudinale dans la zone stagnante et en notant D_m simplement D pour alléger l'écriture, l'équation (III.24) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_m \theta_m) + \frac{\partial}{\partial t} (C_{im} \theta_{im}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \theta_m \frac{\partial C_m}{\partial x} \right) - \frac{\partial (q C_m)}{\partial x} \quad \text{III.25}$$

En régime hydrodynamique uniforme, cette relation s'écrit :

$$\theta_m \frac{\partial C_m}{\partial t} + \theta_{im} \frac{\partial C_{im}}{\partial t} = \theta_m D \left(\frac{\partial^2 C_m}{\partial x^2} \right) - q \frac{\partial C_m}{\partial x} \quad \text{III.26}$$

En introduisant la notion de pourcentage d'eau mobile f défini par le rapport de la teneur en eau mobile θ_m à la teneur en eau totale θ , ($f = \theta_m / \theta$) on a :

