

Técnica de estimativa de parâmetros nos domínios da freqüência e do tempo: Aplicação em materiais condutores e não-condutores



**Gilmar Guimarães
Valério L. Borges
Sandro M. M. Lima e Silva**

**Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Mecânica**

OBJETIVO



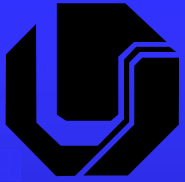
- ◆ **Estimação simultânea da difusividade térmica e condutividade térmica**

MATERIAIS



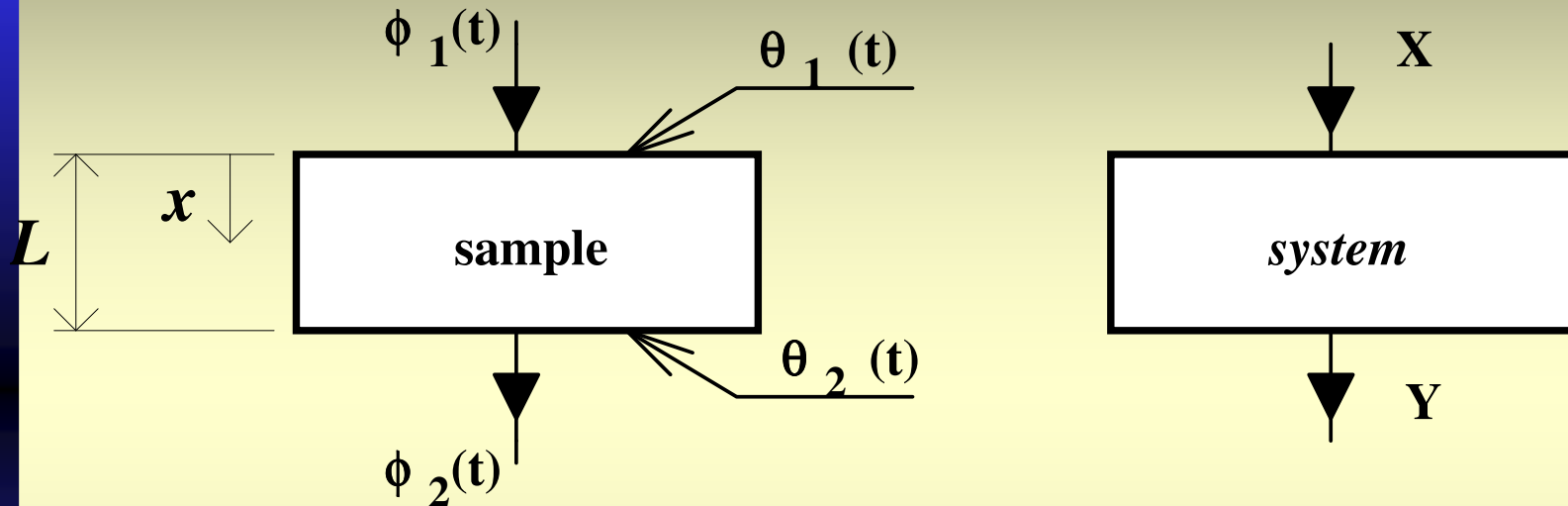
- ◆ CONDUTORES

- ◆ NÃO CONDUTORES

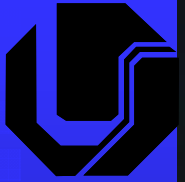


UFU

Não condutor



$$Z(f) = h(f) = \frac{T_1(f) - T_2(f)}{\phi_1(f) + \phi_2(f)} = \frac{Y(f)}{X(f)}$$



UFU

Fundamentos

- Uma minimização de uma função baseada no quadrado da diferença entre o fator de fase experimental
 - e numérico
 - no domínio
 - da freqüência
 - para determinar a difusividade térmica
-
- Outra função objetiva, baseada nos mínimos quadrados do módulo da resposta em freqüência.

ILTCM

Resposta em freqüência

$$Z(f) = \frac{\sum \Phi}{\Delta \Theta} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{\theta_1 - \theta_2} = \frac{+B}{1 + A} = \frac{Y(f)}{X(f)}$$

$$Z(t) = \left(\frac{4 \times \alpha}{L \times \lambda} \right) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(2n-1)^2 \pi^2 \alpha t / L^2}$$

Resposta em freqüência

$$Z_t(f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B \times A_n}{(A_n)^2 + (2\pi f)^2} - j \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B \times 2\pi f}{(A_n)^2 + (2\pi f)^2}$$

$$A_n = (2n-1)^2 \pi^2 \alpha / L^2$$

$$B = \frac{4 \alpha}{\lambda L}$$

Função exclusiva de α

$$\varphi_t = \arctan [\text{Im}(Z_t) / \text{Re}(Z_t)]$$

$$= \arctan \left[-2\pi f \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n^2 + (j2\pi)^2} / \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{An^2 + (j2\pi)^2} \right]$$

$\beta = \frac{A_n}{A_n}$



UFU

MATERIAIS CONDUTORES

baixa sensibilidade

baixos gradientes térmicos

Perdas de calor em exps. 1D

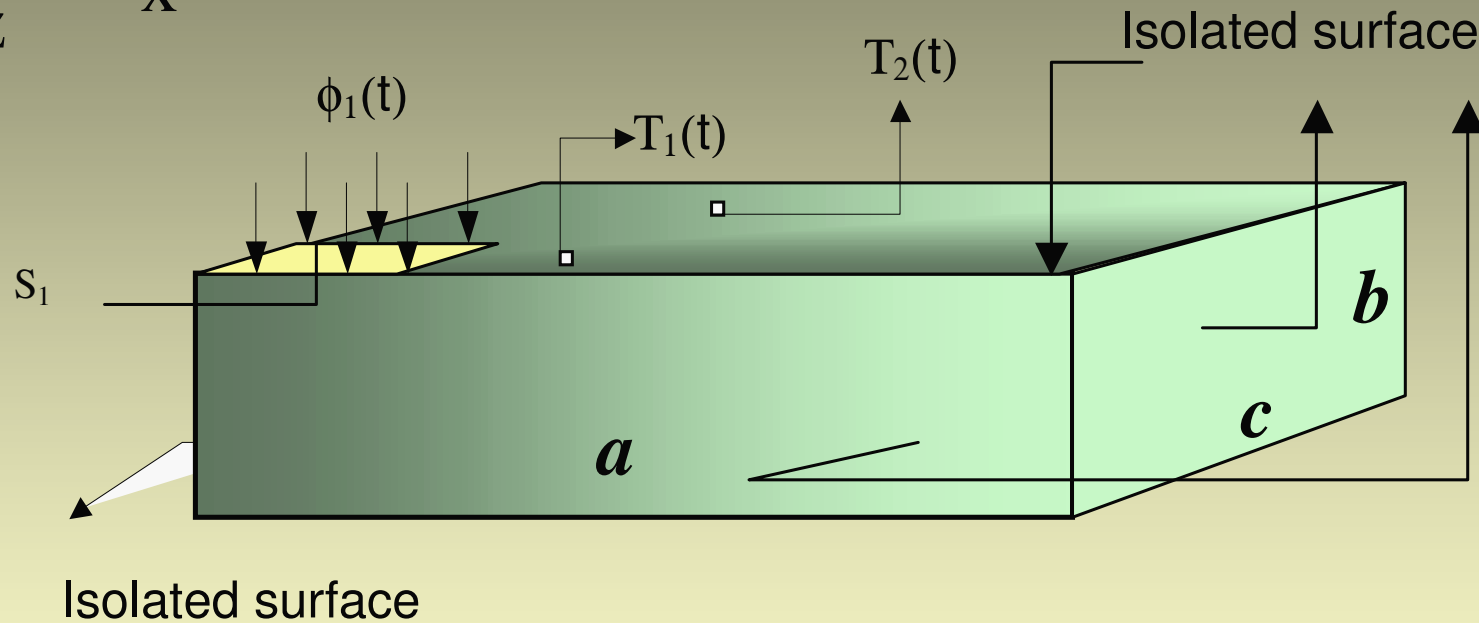
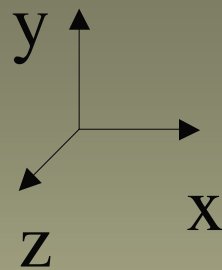
Resistência térmica de contato

SOLUÇÃO

Modelo térmico tridimensional transiente

FEMEC

Modelo Térmico Tridimensional Transiente



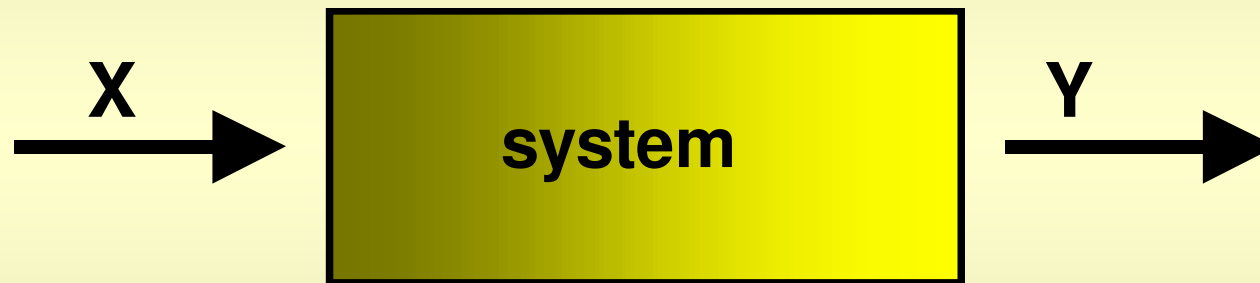
$$Z(f) = h(f) = \frac{T_1(f) - T_2(f)}{\phi_1(f)} = \frac{Y(f)}{X(f)}$$




UFU

sistema entrada/saída

$$Z(f) = h(f) = \frac{T_1(f) - T_2(f)}{\phi_1(f)} = \frac{Y(f)}{X(f)}$$



entrada  fluxo de calor imposto na superfície frontal

saída  diferença de temperatura entre dois pontos da superfície



UFU

EQUACAO DA DIFUSAO DE CALOR

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

condição inicial

$$T(x, y, z, 0) = T_0$$

condições de contorno

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=b} = \phi_1(t) \text{ at } S_1 \text{ (} 0 \leq x \leq x_H, 0 \leq z \leq z_H \text{)}$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \text{ at } S_2 \text{ (} x, z \in S \mid (x, z) \notin S_1 \text{)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=a} = \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{y=c} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{y=b} = 0$$



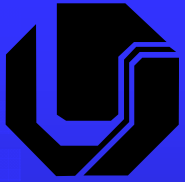
UFU

Modelo térmico equivalente

$$\theta(\mathbf{r}, t) = \int_{\tau=0}^t \left[\int_{S'} \frac{\alpha}{\lambda} G(\mathbf{r}, t / \mathbf{r}', t - \tau) \Big|_{y'=b} dS' \right] \phi_1(t) d\tau$$

$$\theta(t) = \int_0^{\infty} G^+(t - \tau) \phi_1(t) d\tau$$

$$\theta(f) = G^+(f) \phi_1(f)$$



UFU

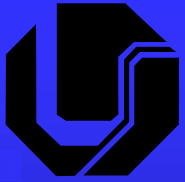
Modelo térmico equivalente

$$\theta(f) = G^+(f) \phi_1(f)$$

Para dois pontos diferentes

$$\theta_1(f) = G_1^+(f) \phi_1(f)$$

$$\theta_2(f) = G_2^+(f) \phi_1(f)$$



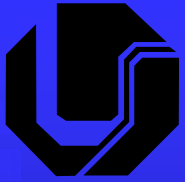
UFU

Modelo térmico equivalente

$$\theta_1(f) - \theta_2(f) = G_1^+(f)\phi_1(f) - G_2^+(f)\phi_1(f)$$

$$\theta_1(f) - \theta_2(f) = [G_1^+(f) - G_2^+(f)] \phi_1(f)$$

$$\theta_1(f) - \theta_2(f) = G_{12}^+(f)\phi_1(f)$$



UFU

Modelo térmico equivalente

$$G_{12}^+(t-\tau) = h(t-\tau) =$$

$$\frac{\alpha}{\lambda} \int_{S'} [G(x_1, y_1, z_1, t-\tau) - G(x_2, y_2, z_2, t-\tau)]_{y'=b} ds'$$

Modelo térmico equivalente

$$\theta_1(f) - \theta_2(f) = G_{12}^+(f) \phi_1(f)$$

$$G_{12}^+(t - \tau) = h(t - \tau)$$

Uma vez que os dados experimentais são obtidos discretamente, a transformada de Fourier numérica – FFT é usada.



UFU

Função resposta em frequência

$$H(f) = \frac{\theta_1(f) - \theta_2(f)}{\phi_1(f)} = \text{função } (\alpha, \lambda)$$

$$Z(f) = H(f) = |H(f)|e^{-j\varphi(f)}$$

Estimação da Difusividade Térmica: Domínio da Frequência

- A idéia básica aqui é a observação que o atraso entre a temperatura experimental e a calculada é uma função exclusiva da difusividade térmica.
- O fator de fase is somente uma função da difusividade térmica



UFU

Função objetivo a ser minimizada

$$S_p = \sum_{i=1}^{Nf} (\varphi_e(i) - \varphi_t(i))^2$$

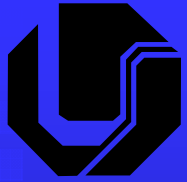


UFU

Estimativa da Condutividade Térmica:

Domínio do tempo

- Uma vez que o valor da difusividade térmica é obtido, uma função objetivo baseada na função erro quadrático de temperatura pode ser usada para estimar a condutividade térmica.
- Portanto, a variável λ será o parâmetro que minimizará a função, S_{mq} baseada na diferença entre as temperaturas experimentais e calculadas.



UFU

Função objetivo a ser minimizada

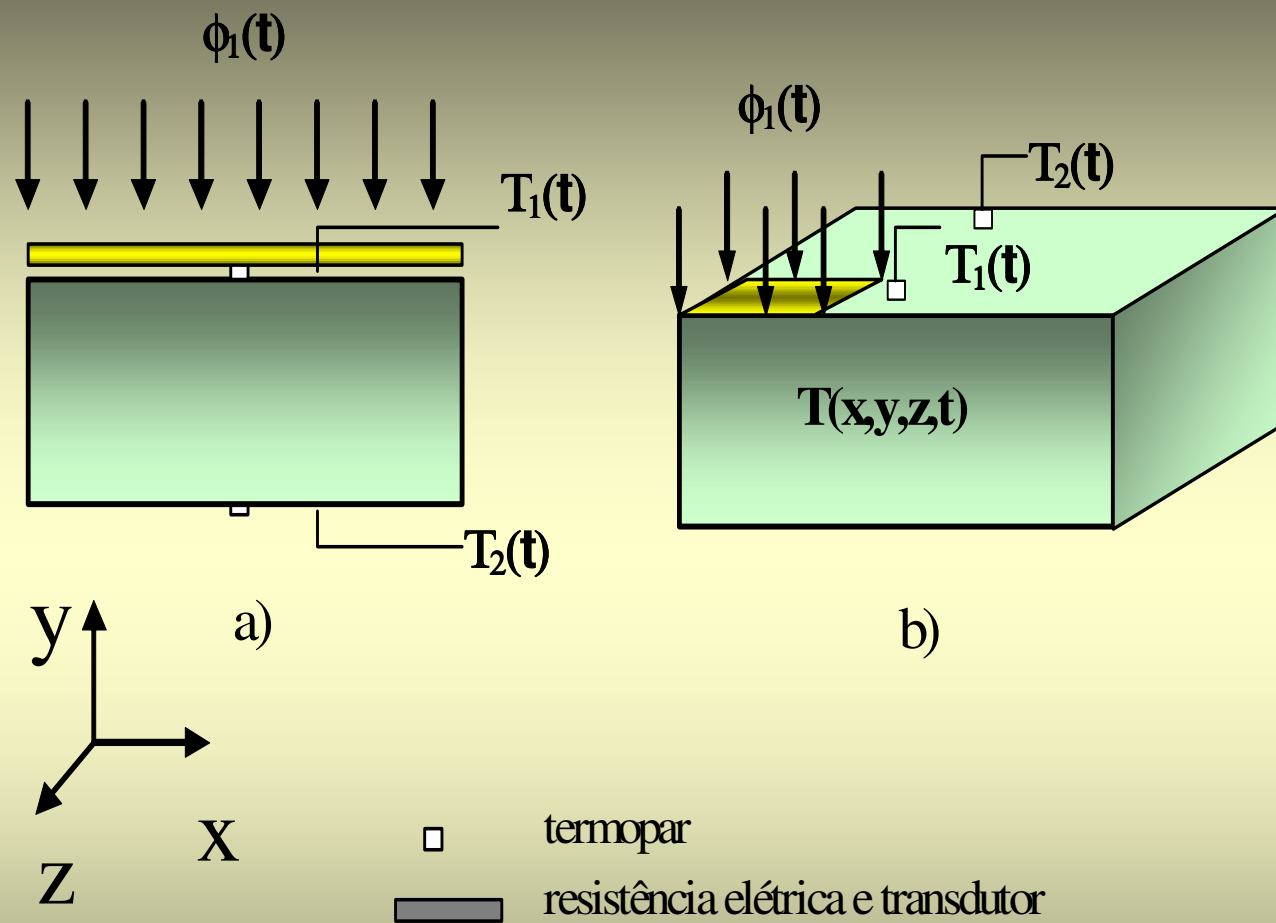
$$S_{mq} = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^n [\theta_e(i, j) - \theta_t(i, j)]^2$$



Problemas adicionais

- ✓ Resistência de contato térmica
- ✓ Baixos gradientes térmicos

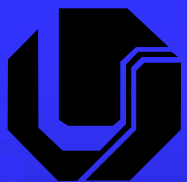
Embora eles não representem dificuldade em materiais não metálicos, devem ser considerados em materiais condutores



O uso de um modelo 3D-transiente permite otimizar o aparato experimental e escolher as melhores localizações dos sensores de temperatura e fluxo de

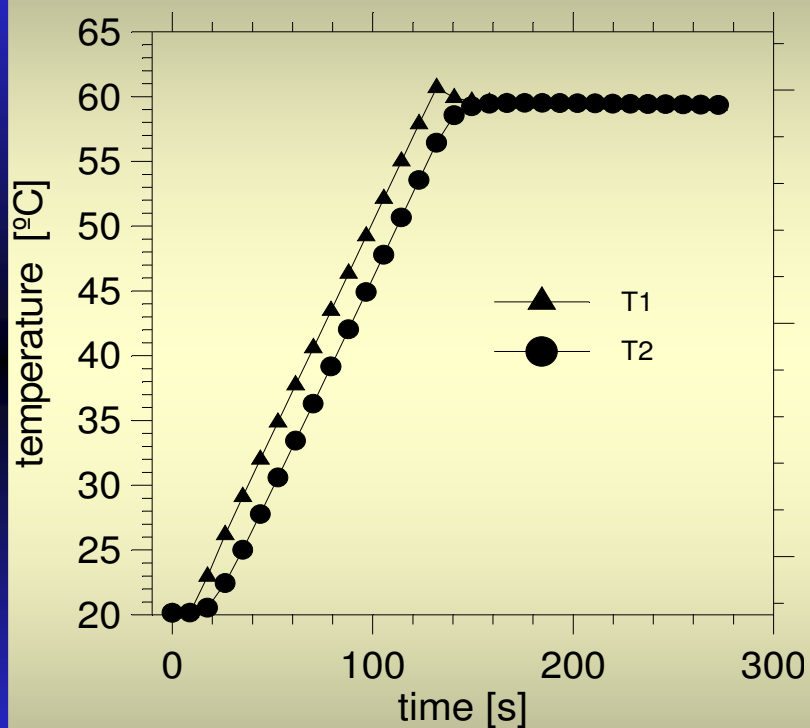


Análise do Gradiente de Temperatura

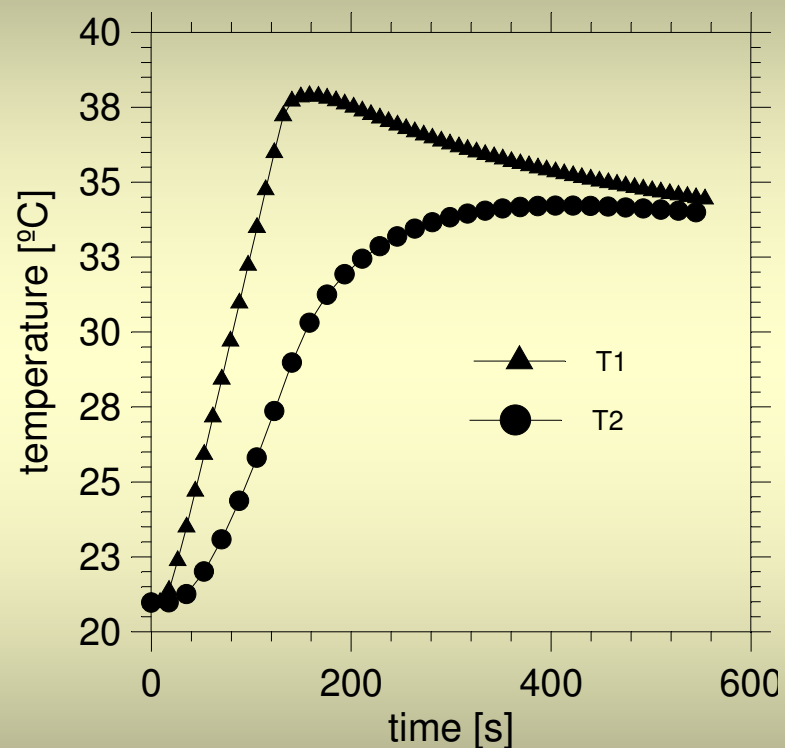


UFU

Evolução da Temperatura



a)



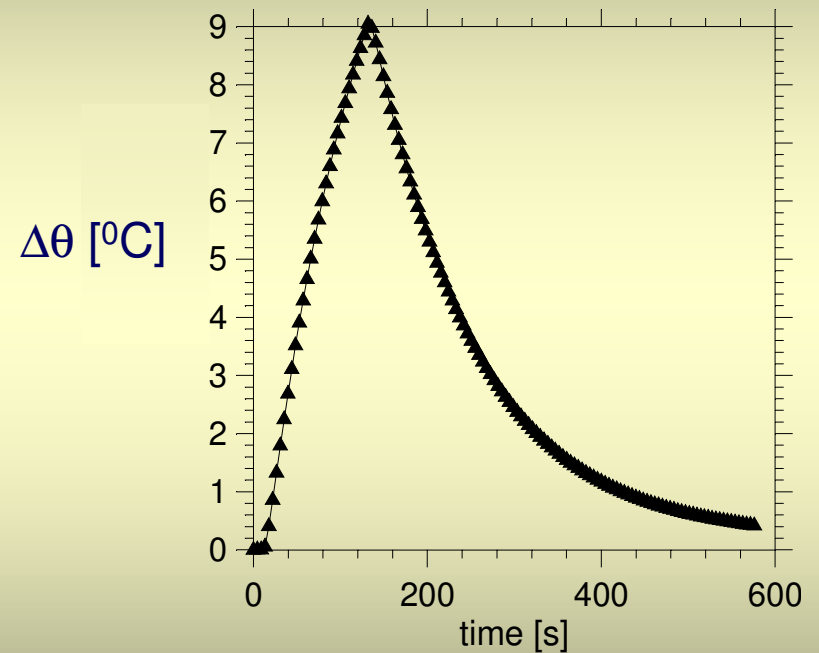
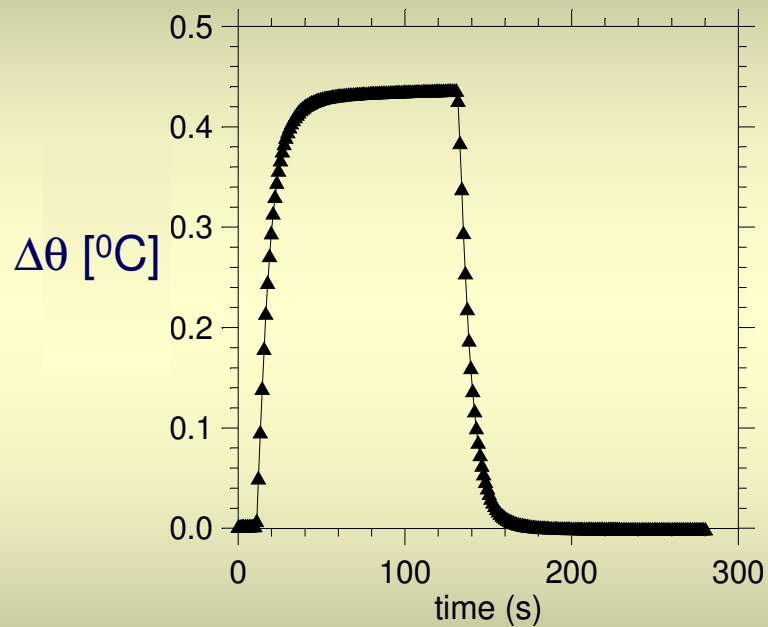
b)

para amostra de AISI304. a) 1D e b) 3D



UFU

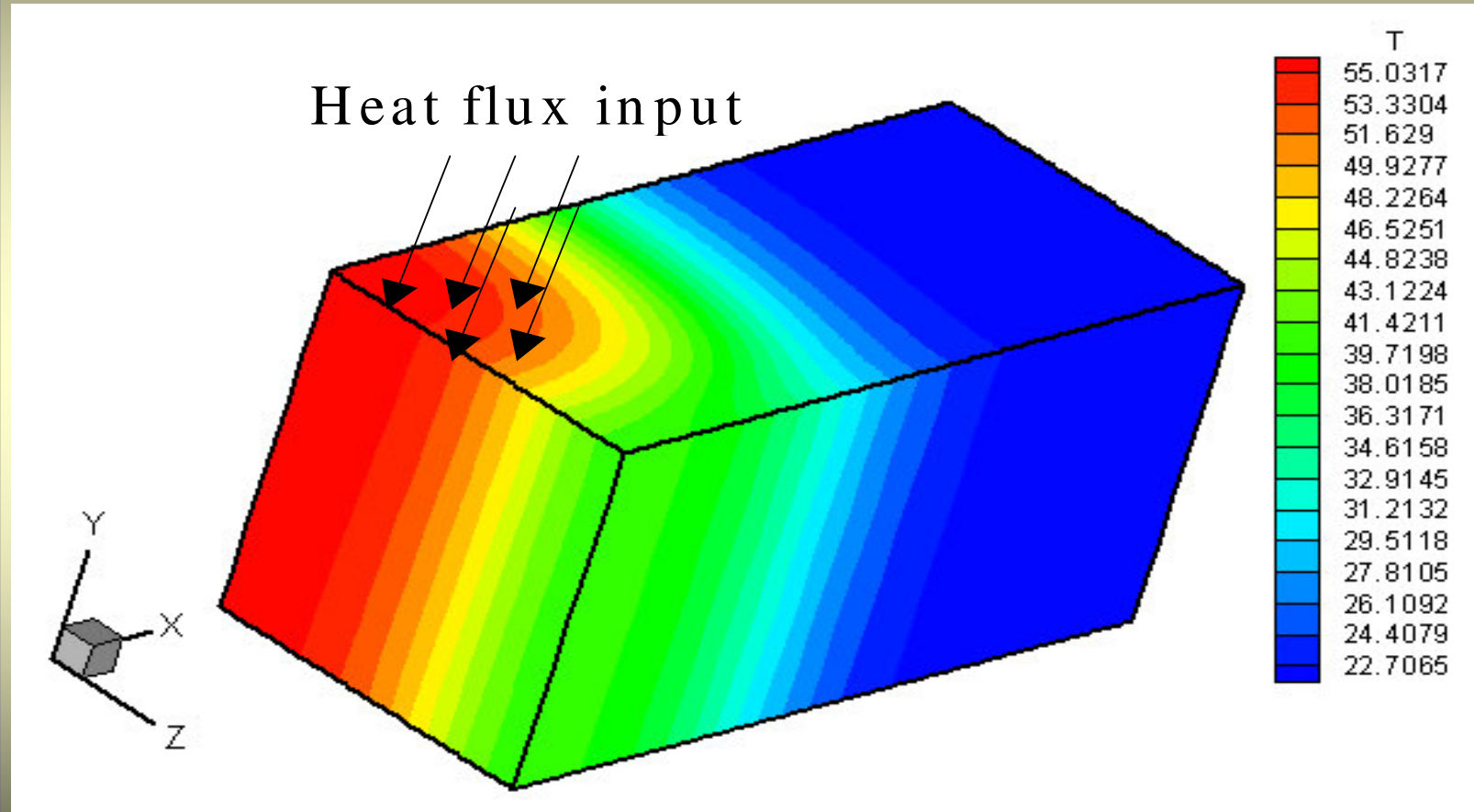
Diferença de Temperatura



$\Delta\theta$ para AISI304: a) 1D b) 3D.



Temperatura espacial em amostras condutoras finas



ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

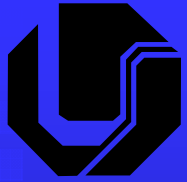
baixos valores nos sinais de temperatura e fluxo de calor

dependência linear nos coeficientes



**Incertezas nas
estimações das propriedades**

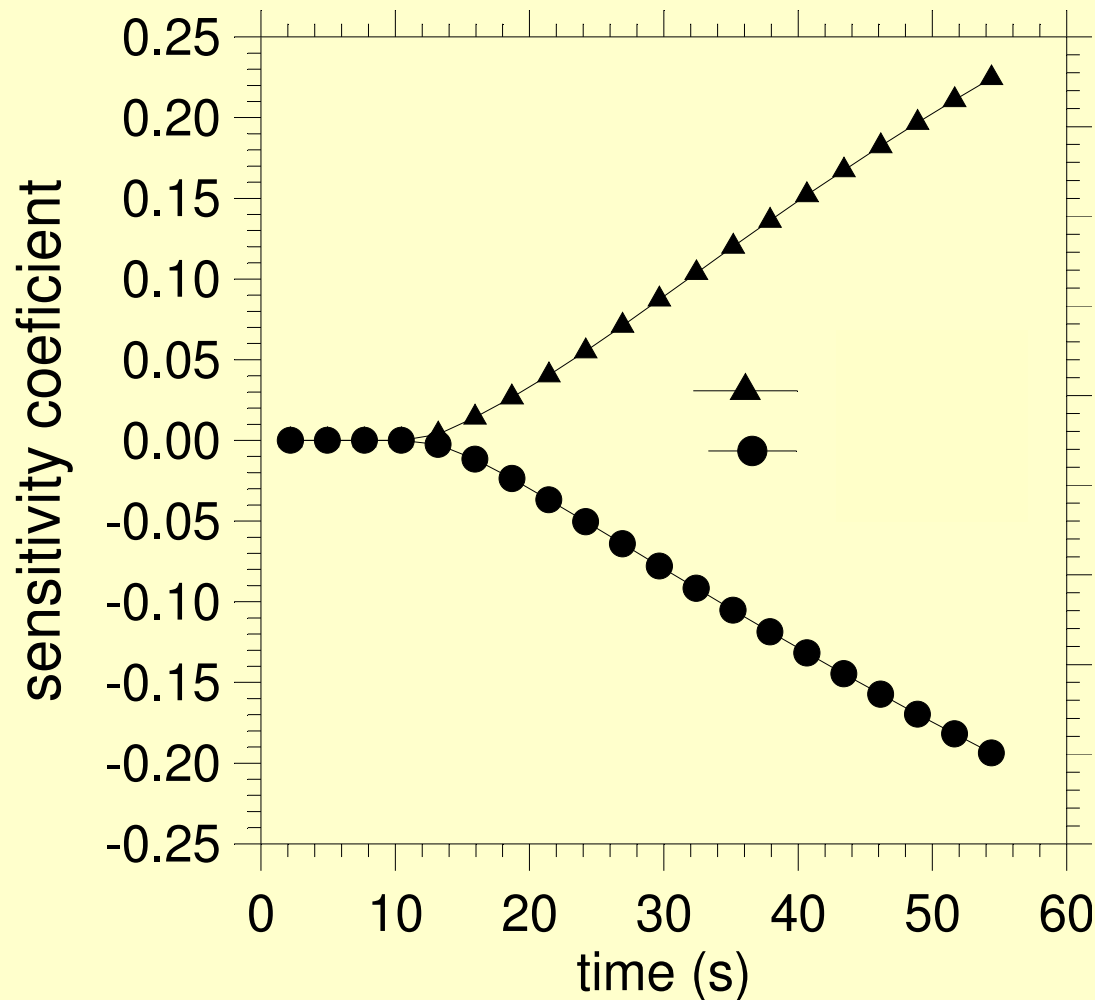




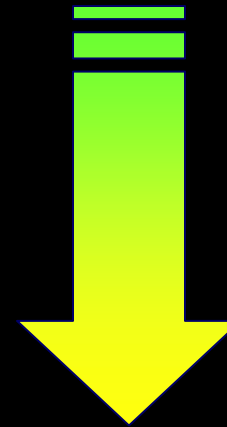
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

temperatura

$$S_{T,\alpha} = \frac{\alpha}{T} \frac{\partial T}{\partial \alpha}, \quad S_{T,\lambda} = \frac{\lambda}{T} \frac{\partial T}{\partial \lambda}$$



DOMÍNIO DO TEMPO E
DA FREQUÊNCIA



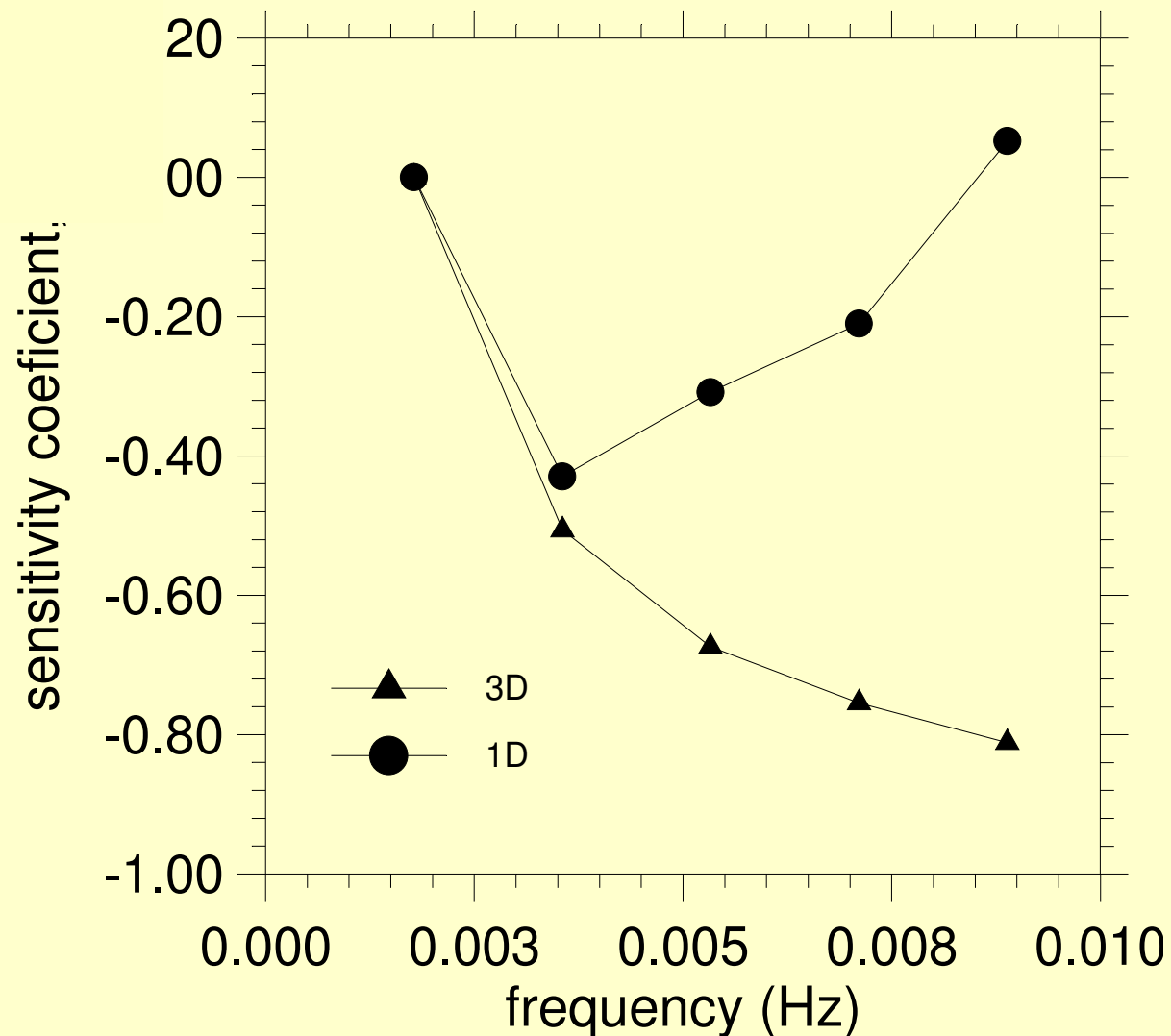
ESTIMAÇÃO EXCLUSIVA PARA CADA
PROPRIEDADE



ANALISE DE SENSIBILIDADE

modelos 1D e 3D - fator de fase

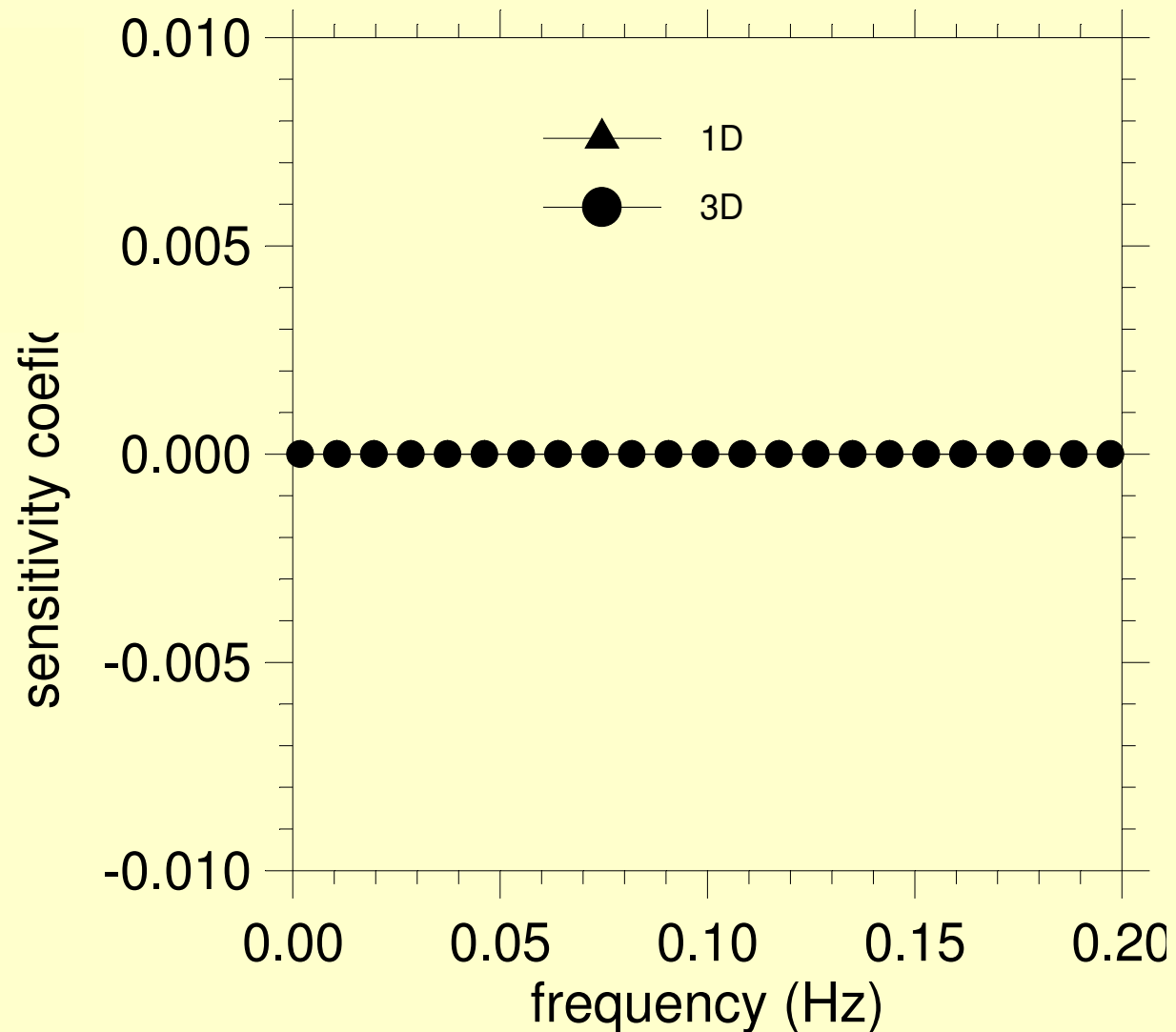
$$S_{\varphi, \alpha} = \frac{\alpha}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$$





Influência da condutividade térmica no fator de fase

$$S_{\varphi, \lambda} = \frac{\lambda}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda},$$

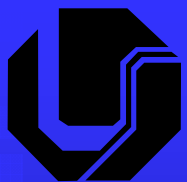


Uma importante característica da técnica é a baixa sensibilidade de α

relacionada à AMPLITUDE dos sinais de X e Y .

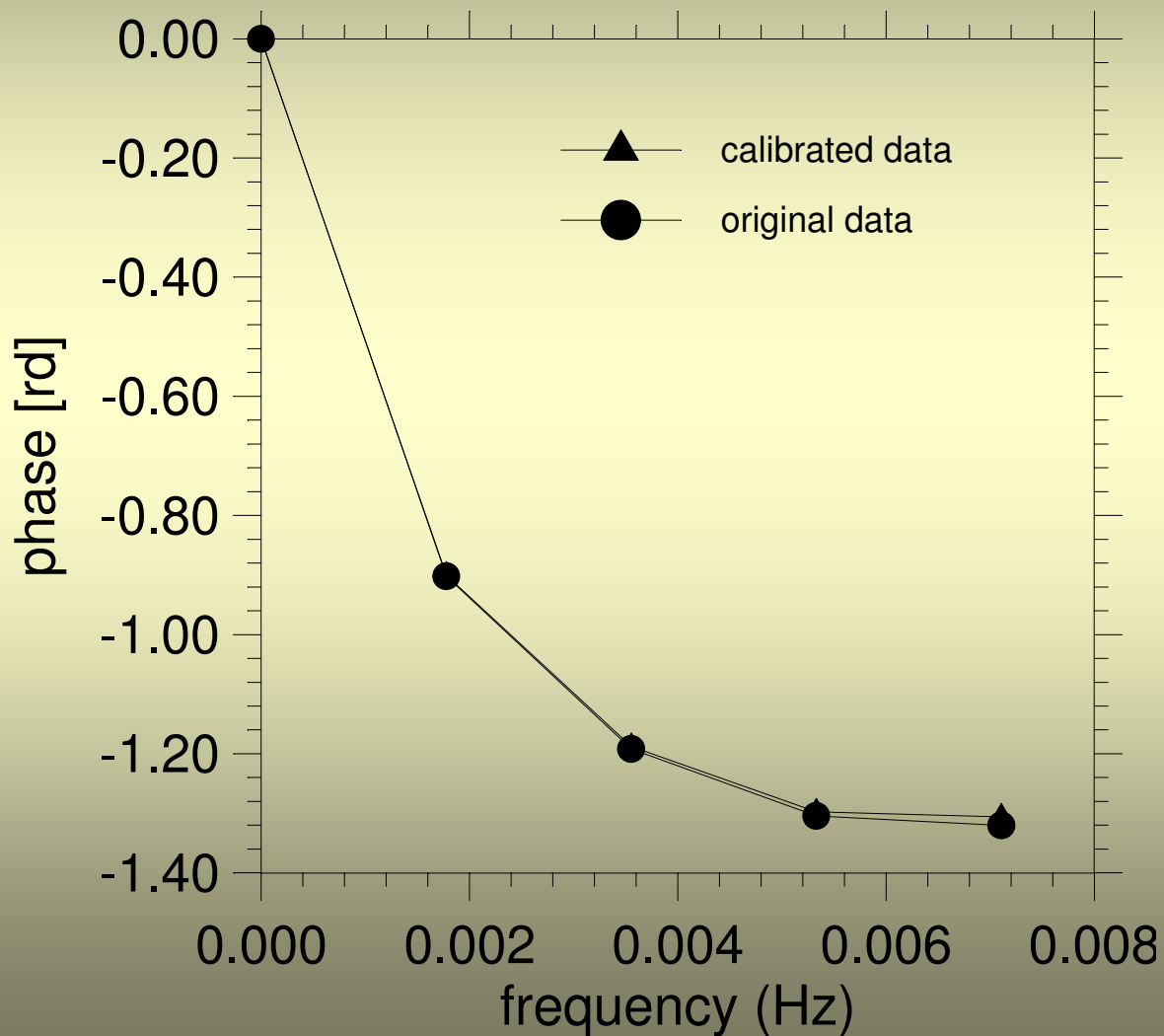


O valor estimado da difusividade térmica é INSENSÍVEL a erros sistemáticos (calibração dos transdutores de fluxo de calor ou termopares)



UFU

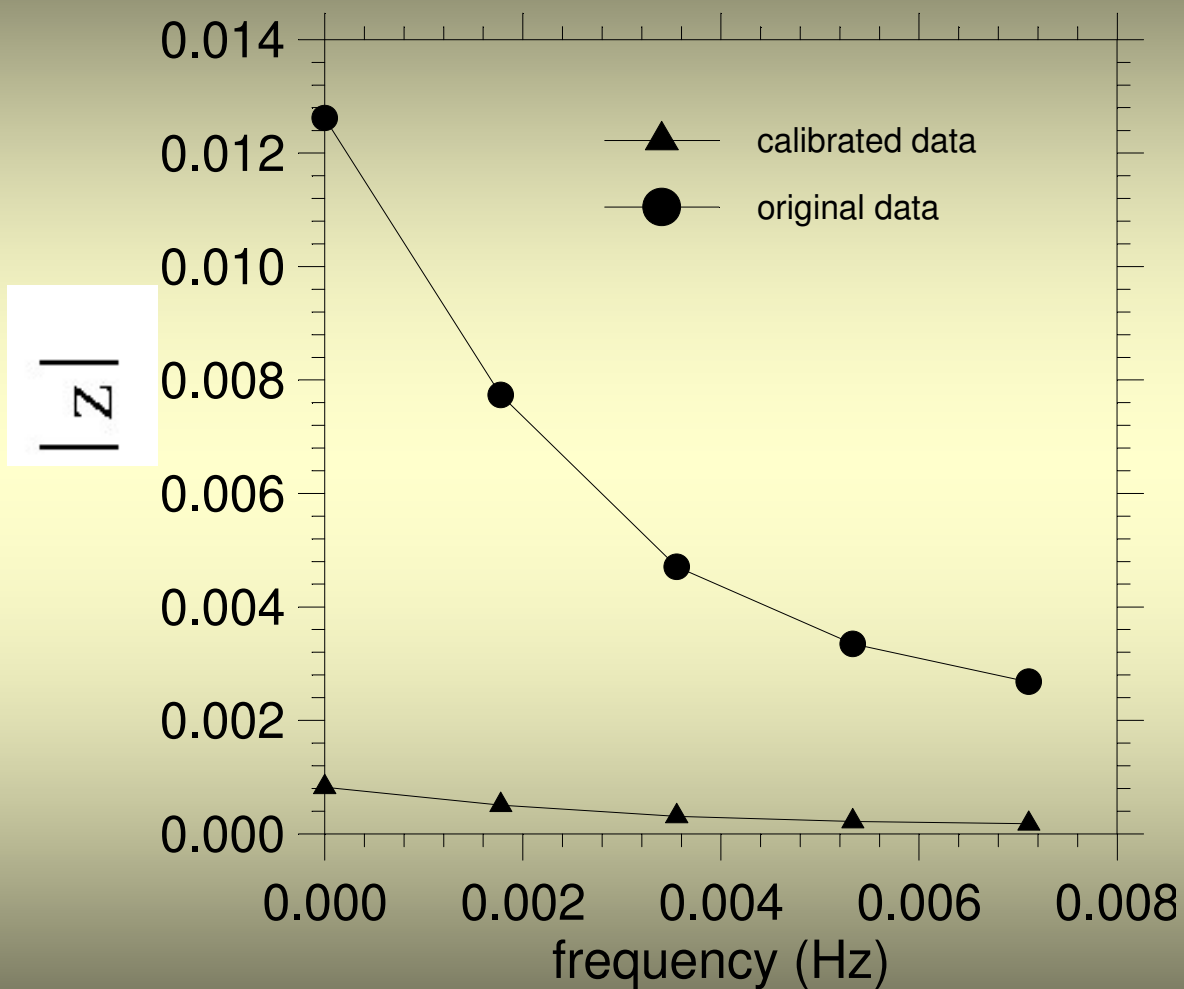
Fator de fase sujeito a sinais de entrada/saída originais e calibrados





UFU

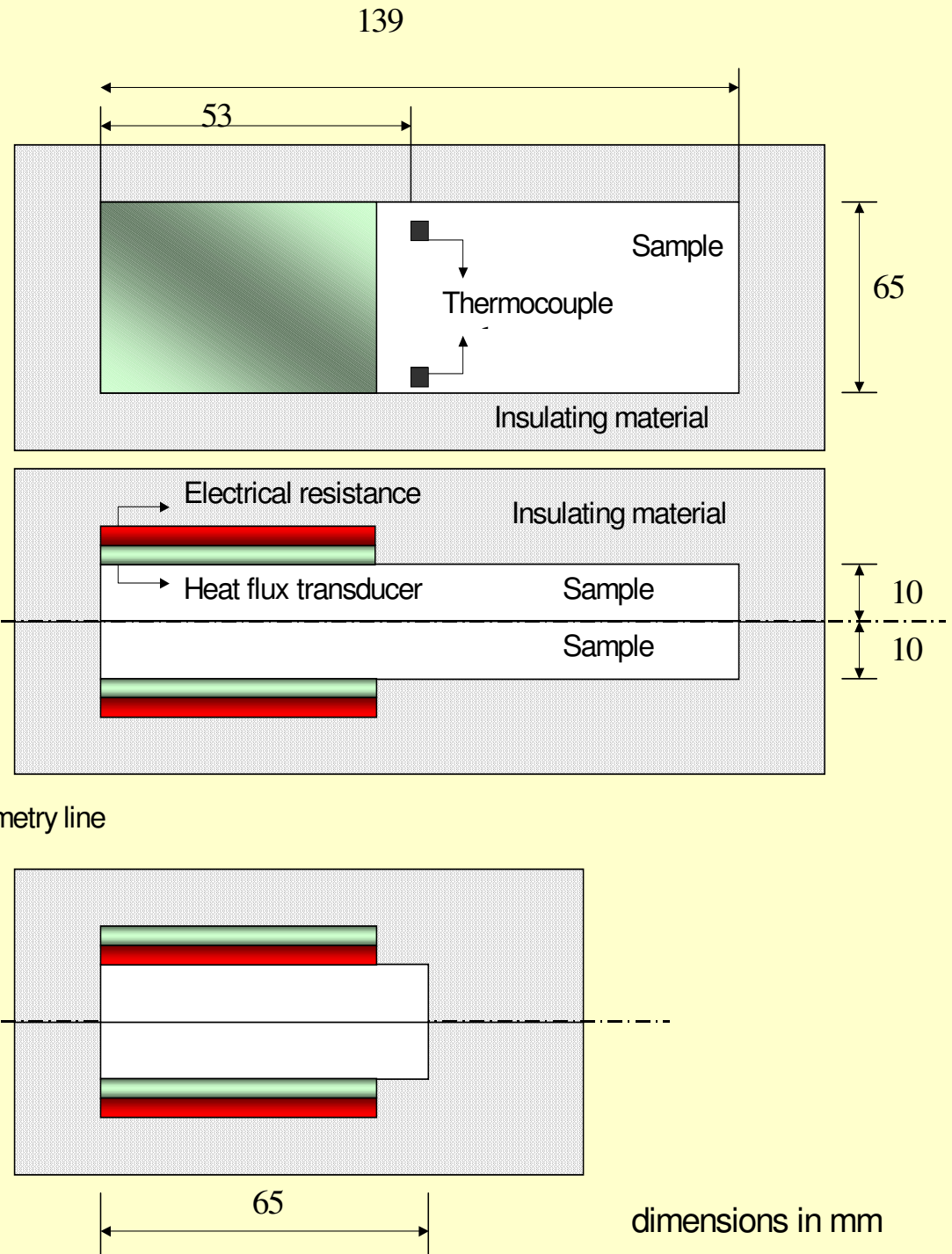
Módulo de Z para sinais originais e calibrados de entrada/saída





UFU

APARATO EXPERIMENTAL





UFU

RESULTADOS

Dados estatísticos

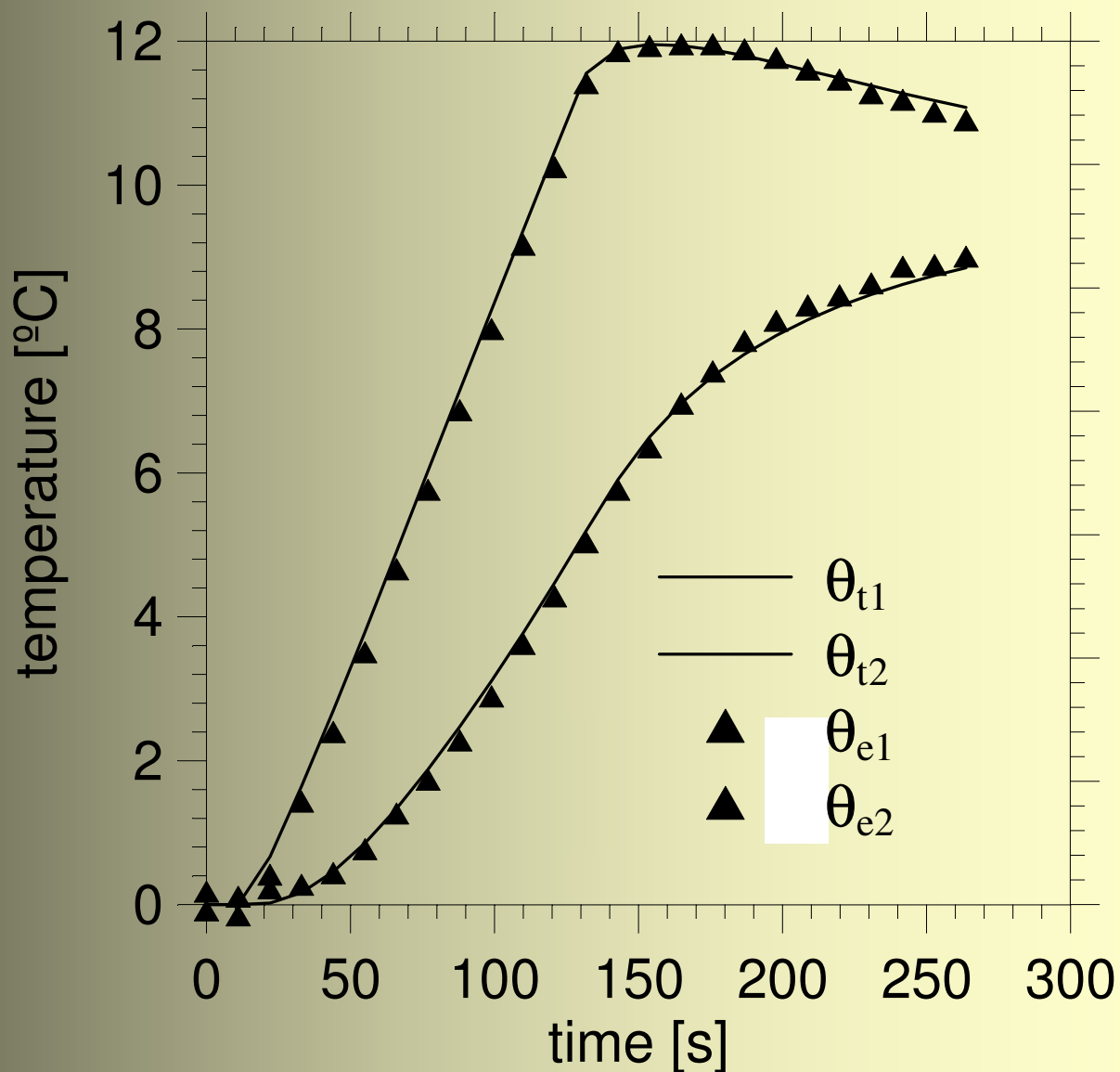
	Initial value	Initial S_p	Final S_p	σ (m ² /s)
α [m ² /s]	1.0 e ⁻⁰⁶	20	1.16e ⁻⁰³	4.0e ⁻⁰⁸
λ [W/mK]	10.0	14700	18.3	3.1e ⁻⁰¹

Valores estimados

Thermal properties	This work	Ref.[13,14]	Error (%)
α [m ² /s]	3.762	3.82	1.54
λ [W/mK]	14.64	14.90	1.77




Temperatura Teórica e experimental



CONCLUSÕES

Excelente concordância entre valores deste método e resultados da literatura (menores que 2%).

- **resíduos situados na faixa da incerteza de medição de termopares ± 0.3 K.**
- 

Método potencial para a estimação de propriedades de materiais em forma complexa como (ferramentas de corte).